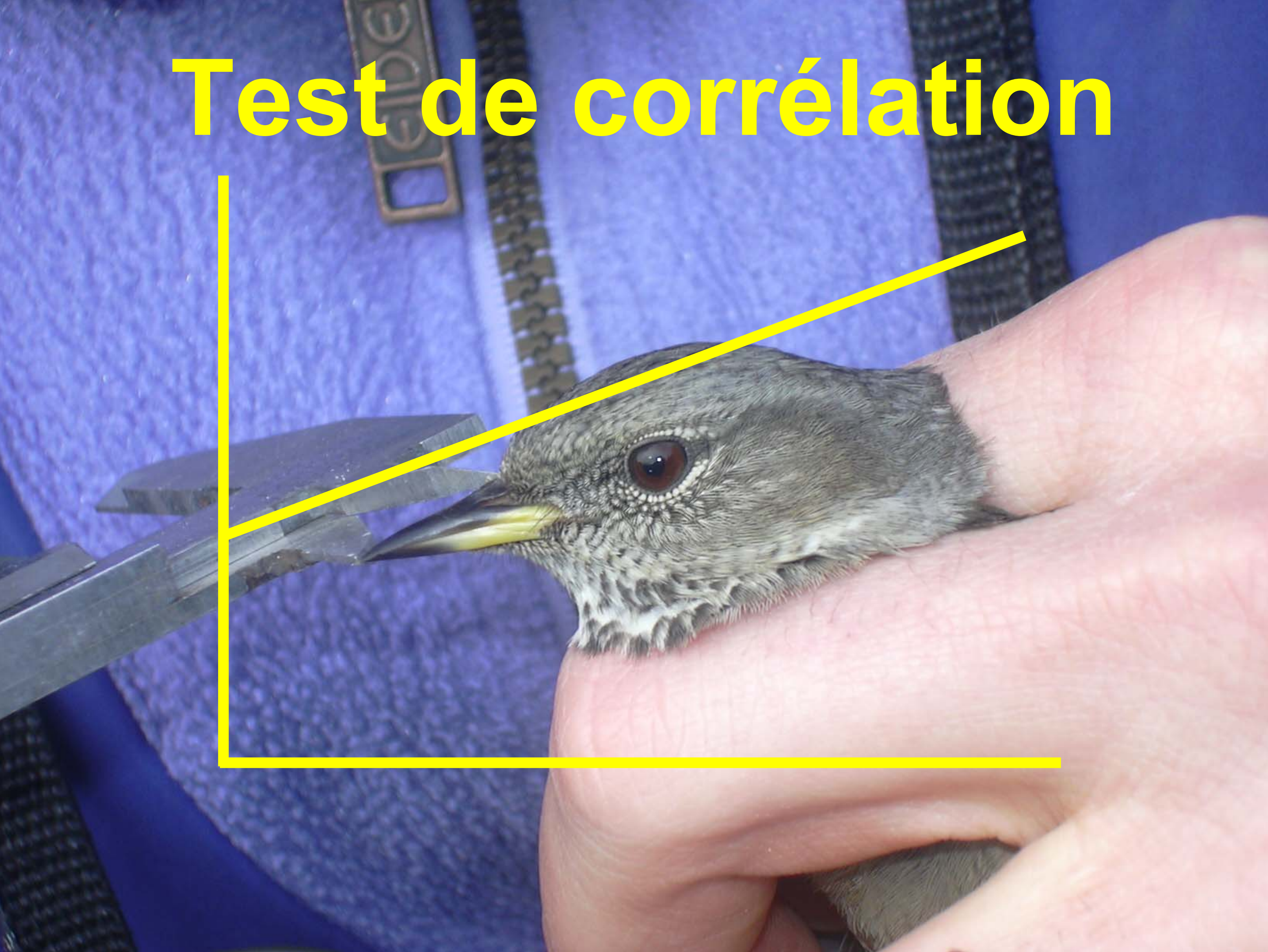
Relation entre deux variables continues = analyse de corrélation

Pierre-Yves Henry
henry@mnhn.fr

Quelle analyse ?

Y \ X	Var. catégorielle	Var. continue
Var. catégorielle	Analyse de fréquence	
Var. continue	Comparaison de moyenne ANOVA	Corrélation Régression


Test de corrélation

Test de corrélation

Intensité de la relation entre deux variables continues

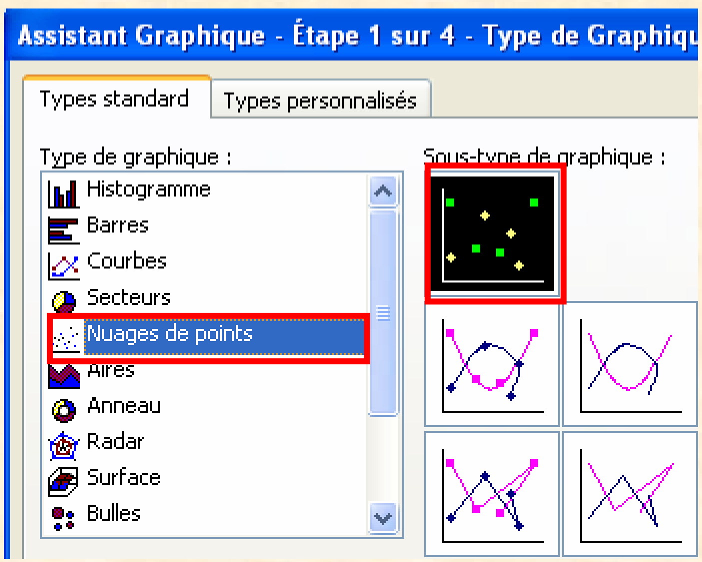
Ex: relation entre masse et longueur d'aile et (ERIRUB, STOC)

Etape 1: visualisation graphique de la relation entre les deux variables par nuage de points

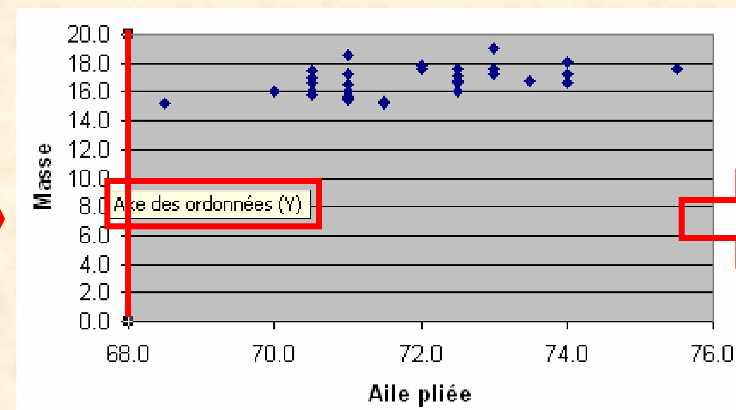
Sélectionner les données

	A	B
1	LP	MA
2	68.5	15.2
3	70.0	16.0
4	70.5	17.5
5	70.5	16.7
6	70.5	17.0
7	70.5	15.8
8	70.5	15.8
9	70.5	16.1
10	71.0	17.3
11	71.0	18.6
12	71.0	16.0
13	71.0	15.7
14	71.0	15.5
15	71.0	15.6
16	71.0	16.5
17	71.5	15.3
18	71.5	15.2
19	72.0	17.6
20	72.0	17.8

Sélectionner le type de graphique



Ajuster les axes du graphique en double-cliquant sur l'axe



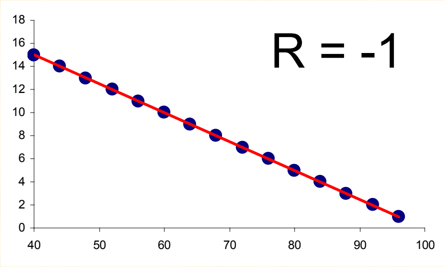
Test de corrélation

Intensité de la relation entre deux variables continues

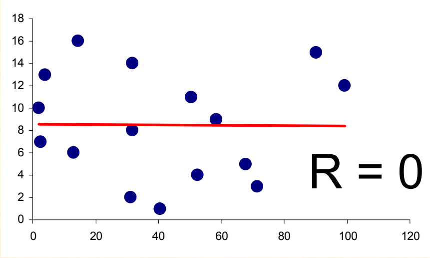
But: quantifier l'intensité de la relation -> coefficient de corrélation

Valeur variant entre:

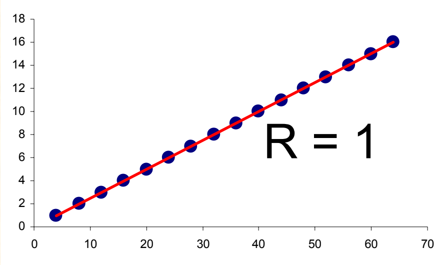
-1 → corrélation négative parfaite



0 → absence de corrélation

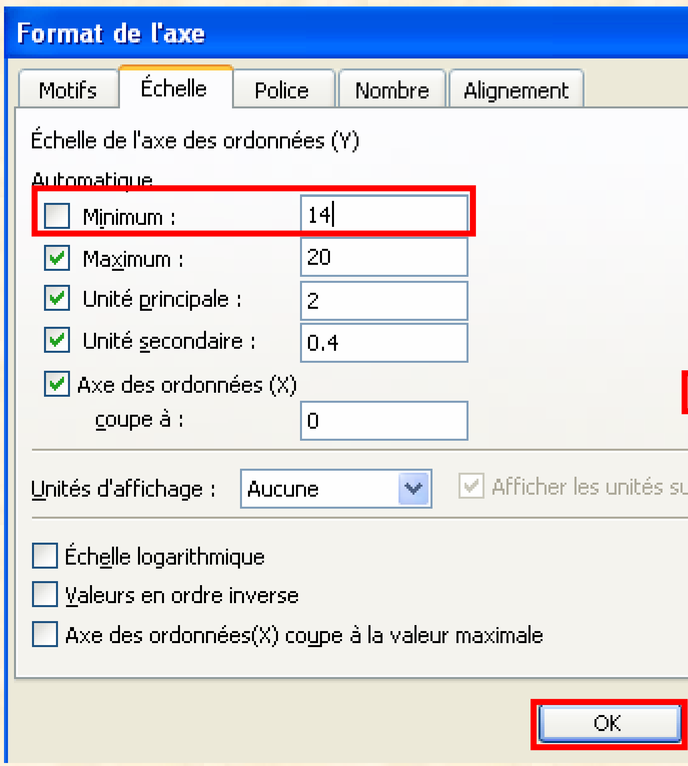


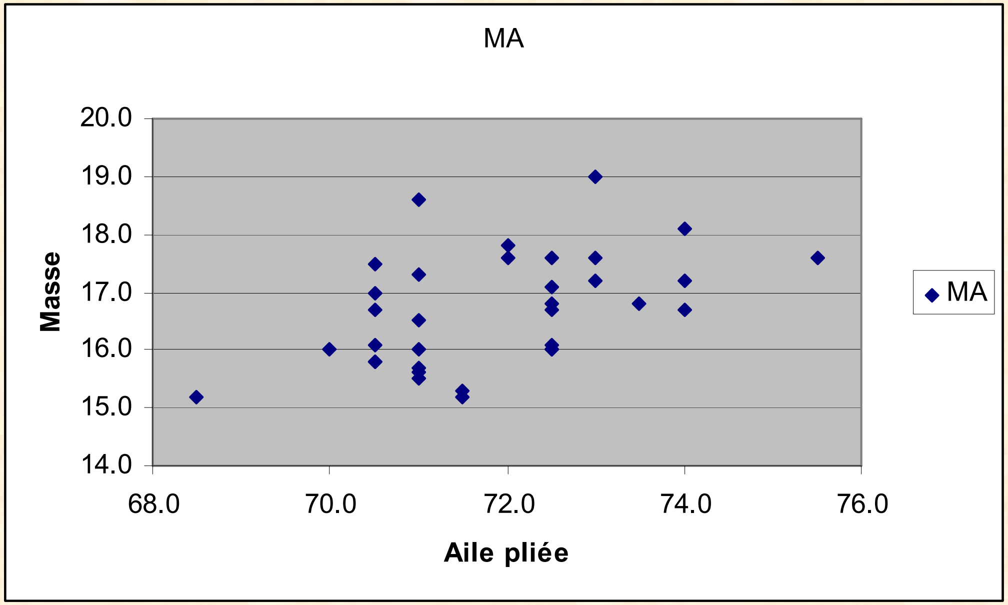
1 → corrélation positive parfaite



Test de corrélation

Etape 1: visualisation graphique de la relation entre les deux variables par nuage de points



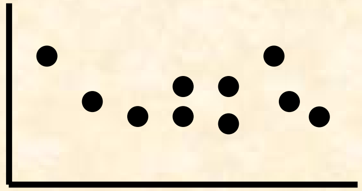


Test de corrélation

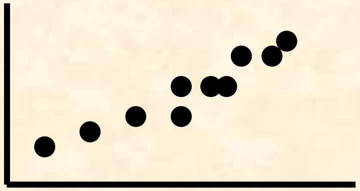
Conditions d'application:
Homoscédasticité
Variable normale

Etape 1: visualisation graphique de la relation entre les deux variables par nuage de points. **Que regarder sur le graphique ?**

(1) présence d'une relation ou pas ?

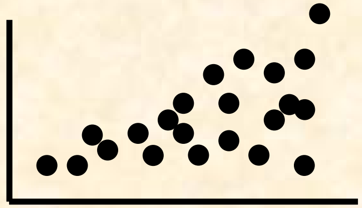


Non ?

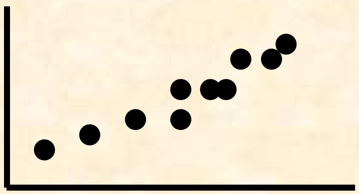


Oui ?

(2) hypothèse de variance homogène ?



Non ?



Oui ?

Si non, essayer de transformer les variables

Test de corrélation

Etape 2: calcul de la statistique = le coefficient de corrélation de Pearson
=COEFFICIENT.CORRELATION(colonne1;colonne2)

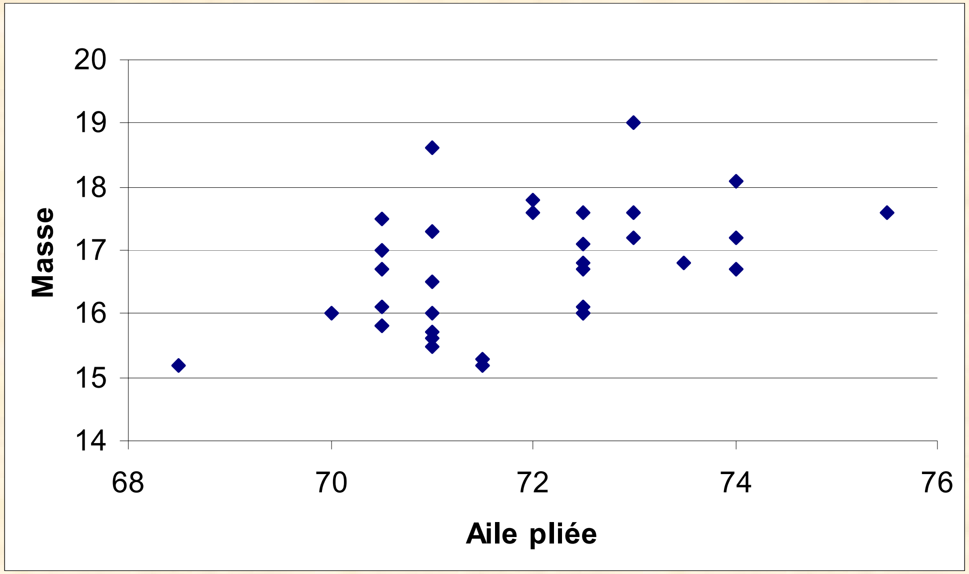
Etape 3: Nb de ddl = nb de lignes de données - 2

Etape 4: Probabilité que la valeur du coefficient de corrélation ne soit pas différente de 0 (absence de corrélation) = voir abaque

Nb ddl	**P ≤ 0.05**	**P ≤ 0.01**
3	0.878	0.959
4	0.811	0.917
5	0.754	0.874
6	0.707	0.834
7	0.666	0.798
8	0.632	0.765
9	0.602	0.735
10	0.576	0.708
15	0.482	0.606
20	0.423	0.537
30	0.349	0.449
50	0.273	0.354
100	0.195	0.254

Test de corrélation

Ex. Intensité de la relation entre masse et longueur d'aile chez ERIRUB



(2) Calcul du coefficient de corrélation de Pearson

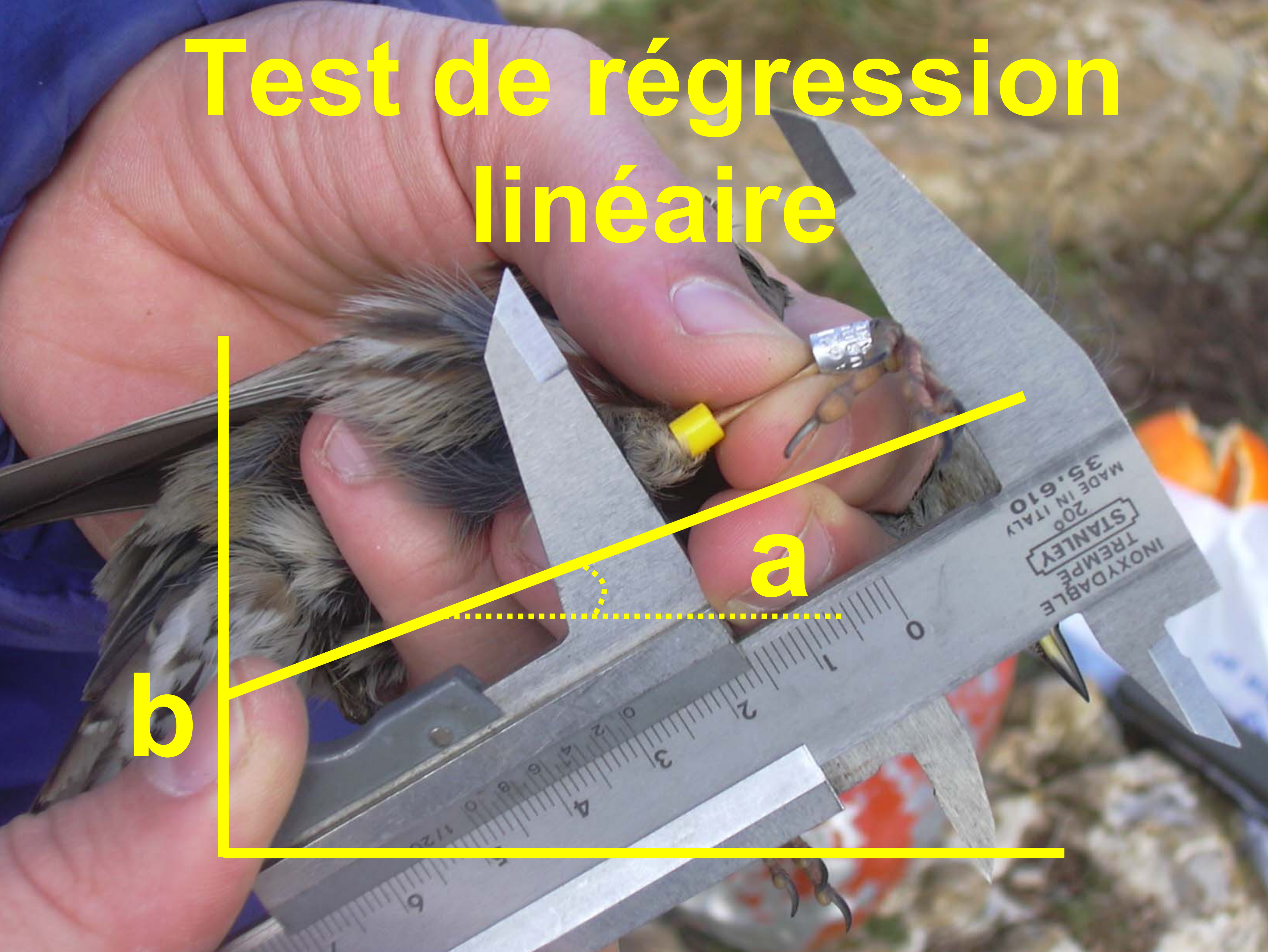
Coeff. correl =	0.481	
Nb ddl	32	(nb d'individus mesurés - 2)
P	Identifier le seuil à partir de l'abaque	

Abaque pour significativité du coefficient de corrélati

ddl	**P ≤ 0.05**	**P ≤ 0.01**
3	0.878	0.959
4	0.811	0.917
5	0.754	0.874
6	0.707	0.834
7	0.666	0.798
8	0.632	0.765
9	0.602	0.735
10	0.576	0.708
15	0.482	0.606
20	0.423	0.537
30	0.349	0.449
50	0.273	0.354
100	0.195	0.254

Il y a une corrélation entre masse et taille ($\rho = 0.481$, ddl = 32, $P < 0.05$)

Test de régression linéaire

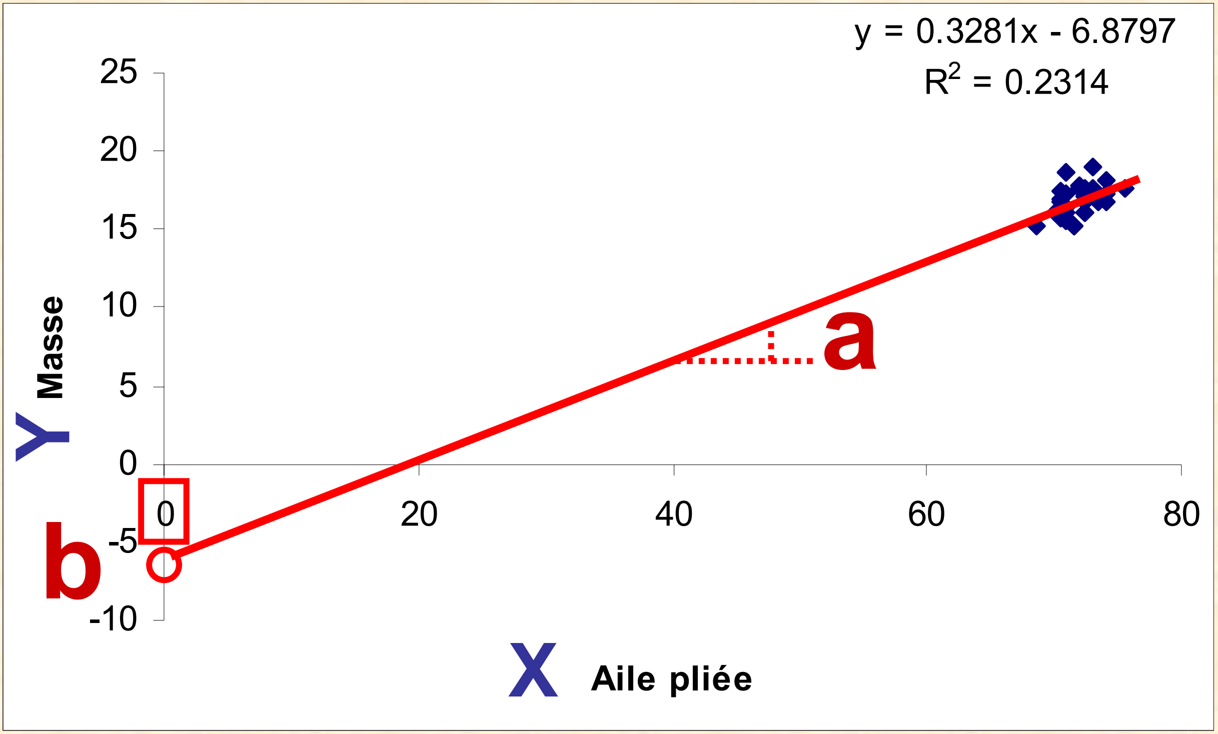


Test de régression linéaire

Qu'implique le test d'une régression linéaire ?

-> il existe une relation entre les deux variables

-> cette relation est linéaire et peut être résumé par une fonction mathématique du type: $Y = a \times X + b$



a = pente ou coefficient directeur

Variation de Y pour 1 unité de X

b = ordonnée à l'origine

Valeur de Y pour X = 0

Dans ce cas:

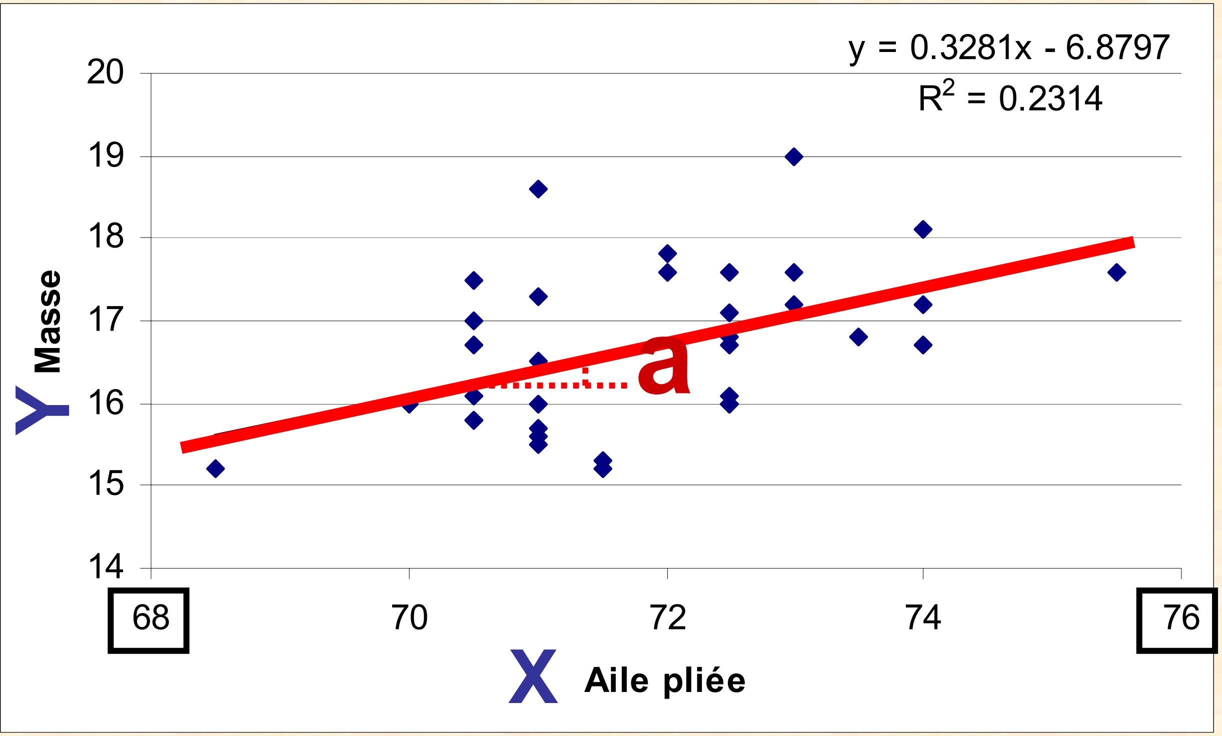
Masse = a x LP + b

Test de régression linéaire

Qu'implique le test d'une régression linéaire ?

-> il existe une relation entre les deux variables

-> cette relation est linéaire et peut être résumé par une fonction mathématique du type: $Y = a \times X + b$



a = pente ou coefficient directeur

Variation de Y pour 1 unité de X

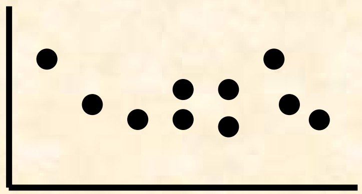
Test de régression linéaire

Relation numérique deux variables continues: la dépendance de Y envers X

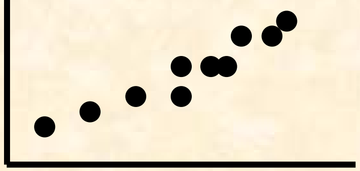
Etape 1: visualisation graphique de la relation entre les deux variables par nuage de points

Que regarder sur le graphique ?

(1) présence d'une relation ou pas ?

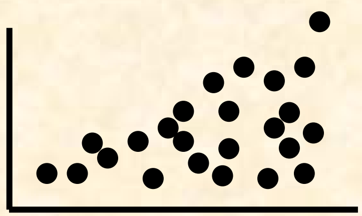


Non ?

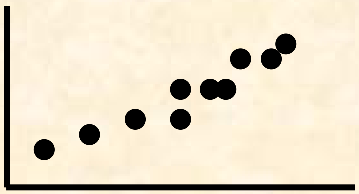


Oui ?

(2) hypothèse de variance homogène ?



Non ?



Oui ?

Conditions d'application:
Homoscédasticité
Variable normale

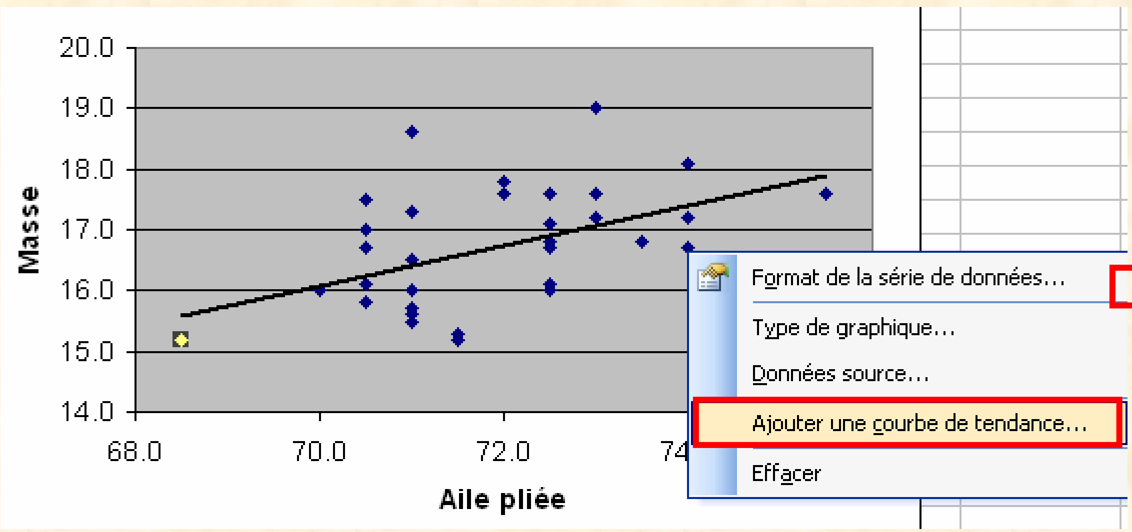
Si non, essayer de transformer les variables

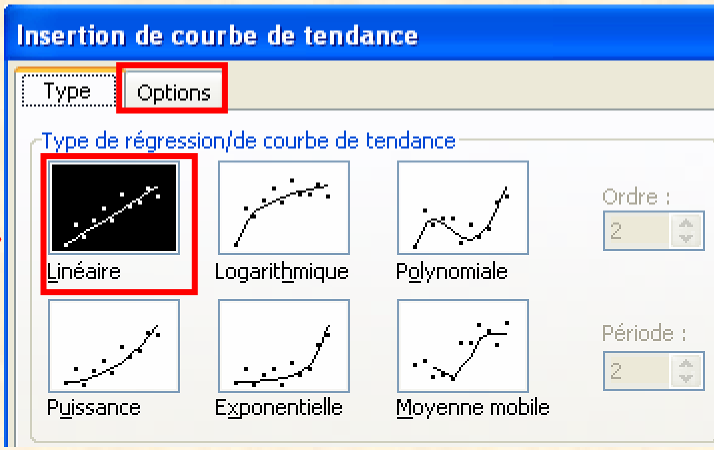
Test de régression linéaire

Etape 2: tracer la droite et la fonction de régression linéaire

Cliquer sur points dans le graphique **Clic droit** **Ajouter courbe** **Choisir "Linéaire"**

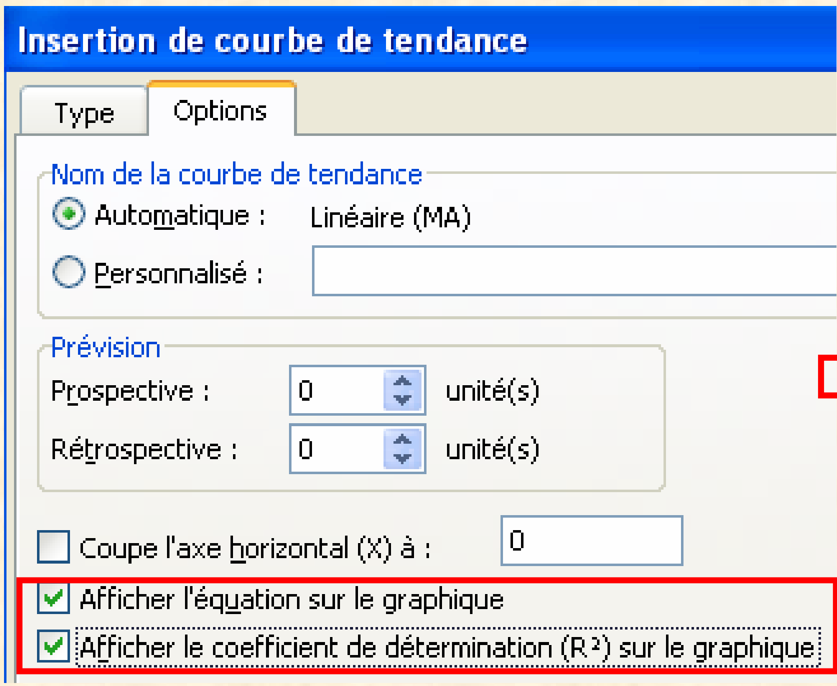
Cliquer sur "Options"

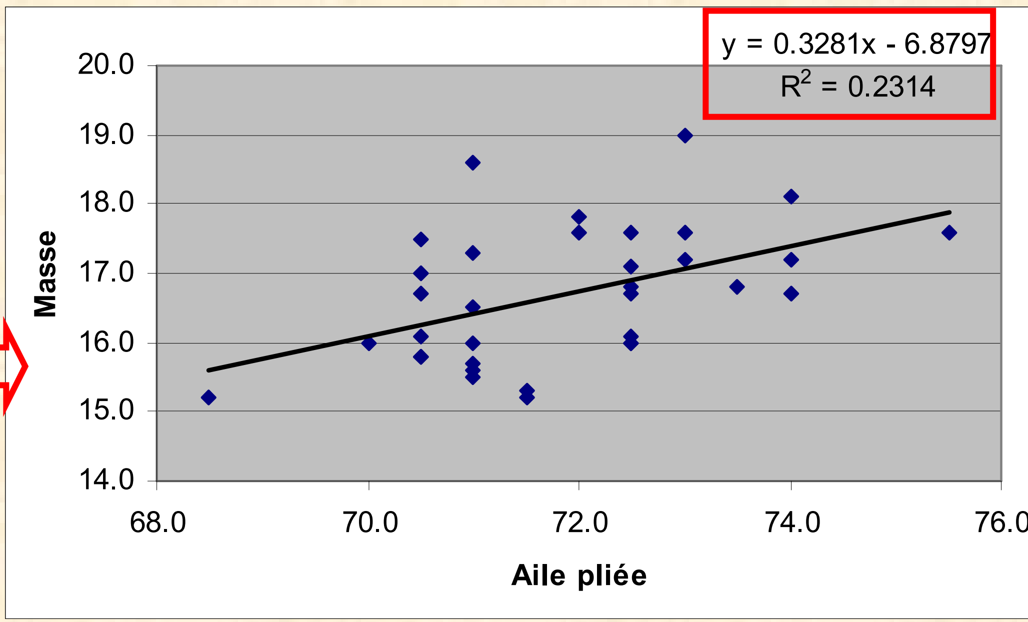




Test de régression linéaire

Etape 2: tracer la droite et la fonction de régression linéaire





Modèle statistique linéaire

Masse = 0.328 x LP – 6.880

R^2 = coefficient de détermination = pourcentage de variation expliquée

Test de régression linéaire

Etape 3: test des paramètres de la droite de régression linéaire

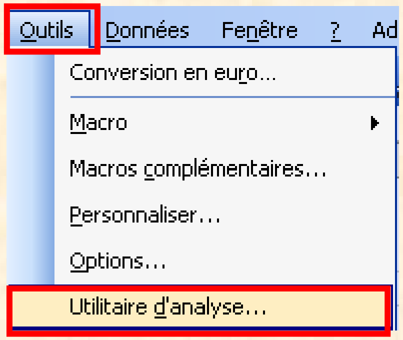
Modèle statistique linéaire

Masse = 0.328 x LP – 6.880

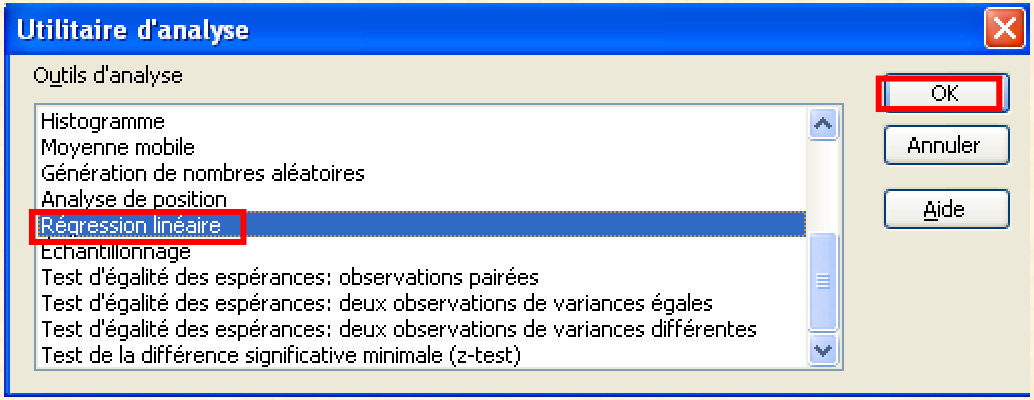
Validité de cette formule ?

a et b $\neq$ 0 ?

Ourvrir l'utilitaire d'analyse



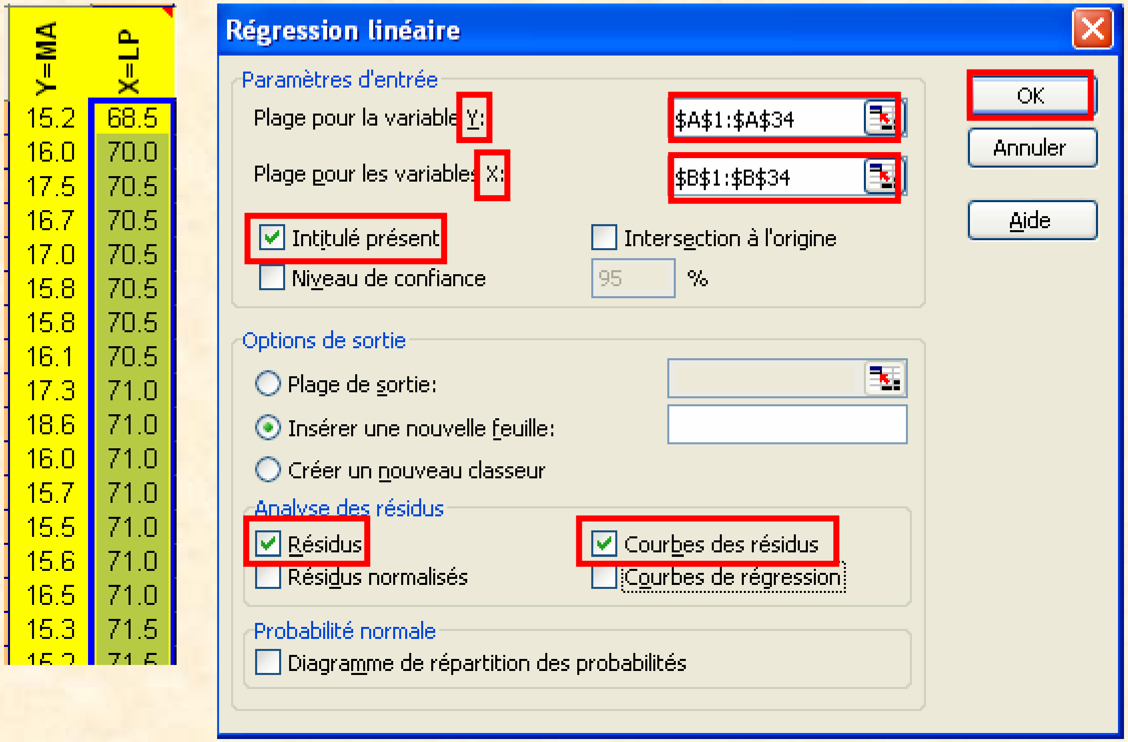
Choisir "Régression linéaire"



Test de régression linéaire

Etape 3: test des paramètres de la droite de régression linéaire

Définir l'analyse à effectuer



Test de régression linéaire

Etape 4: interprétation des coefficients de la relation

Statistiques de la régression		
Coefficient de détermination multip	**0.481**	**(= coefficient de corrélation)**
Coefficient de détermination R^2	**0.231**	**(= % de variation expliquée)**
Coefficient de détermination R^2	0.207	
Erreur-type	0.870	
Observations	34	

La régression linéaire corrélant la masse à la longueur d'aile explique 23.1% des variations de masse observées

Test de régression linéaire

Etape 5: test de la significativité de la relation linéaire

ANALYSE DE VARIANCE

	Degré de libert	*mme des carr*	*yenne des car*	*F*	*Valeur critique de F*
Régression	**1**	7.296	7.296	**9.634**	**0.004**
Résidus	**32**	24.234	0.757		
Total	33	31.530			

La relation linéaire entre la masse et la longueur d'aile est significative

($F_{1,32}$ = 9.634, P = 0.004)

Test de régression linéaire

Etape 6: à titre indicatif, significativité et précision des paramètres de la la régression linéaire

Y = a x X + b -> Masse = a x LP + b

TEST DE LA SIGNIFICATIVITE (valeur non nulle) DES PARAMETRES DE LA REGRESSION LINEAIRE

		Coefficients	*Erreur-type*	*Statistique t*	*Probabilité*	*ure pour seuil de conf*	*pour seuil de confiance = 95%*
Constante	= b	-6.880	7.597	-0.906	0.372	-22.355	8.596
X=LP	= a	0.328	0.106	3.104	0.004	0.113	0.543

Test de régression linéaire

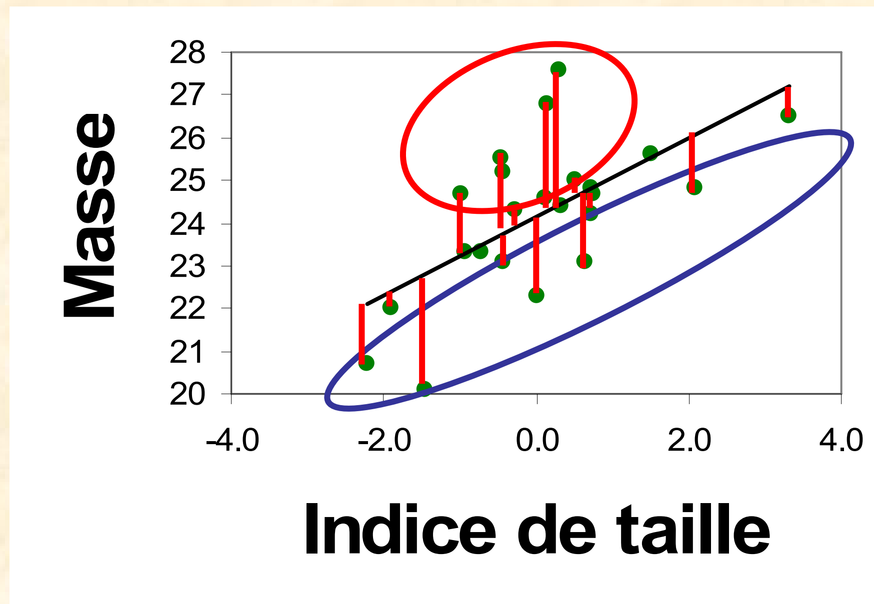
Bonus 1: utilisation des résidus de la régression linéaire

- Rapport entre masse et taille

=> résidus = indice de condition corporelle

A comparer entre:

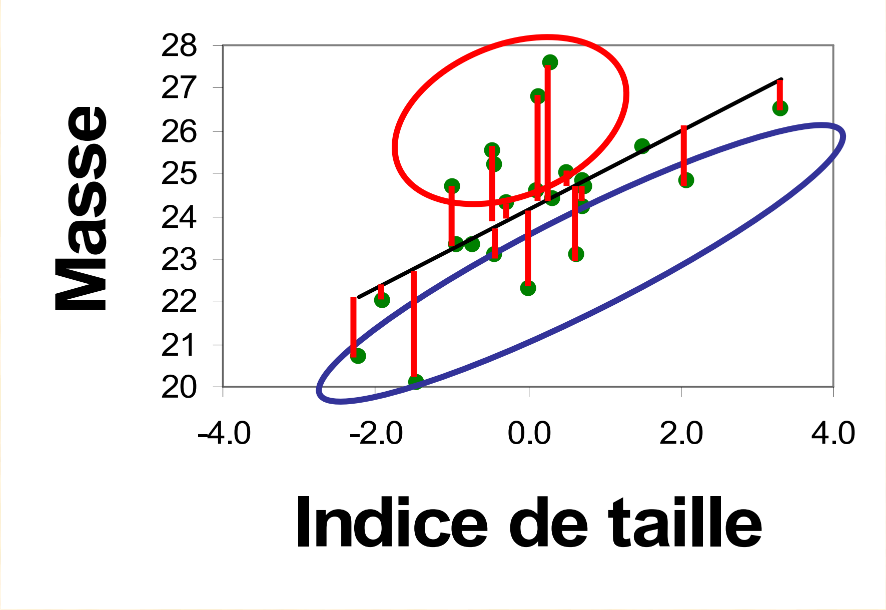
- sites,
- espèces,
- période de l'année



Test de régression linéaire

Bonus 1: utilisation des résidus de la régression linéaire

Observation	*révisions Y=M*	***Résidus***
1	15.597	**-0.397**
2	16.089	**-0.089**
3	16.253	**1.247**
4	16.253	**0.447**
5	16.253	**0.747**
6	16.253	**-0.453**
7	16.253	**-0.453**
8	16.253	**-0.153**
9	16.417	**0.883**
10	16.417	**2.183**
11	16.417	**-0.417**
12	16.417	**-0.717**
13	16.417	**-0.917**
14	16.417	**-0.817**
15	16.417	**0.083**
16	16.581	**-1.281**
17	16.581	**-1.381**
18	16.745	**0.855**
19	16.745	**1.055**
20	16.909	**-0.209**
21	16.909	**0.191**



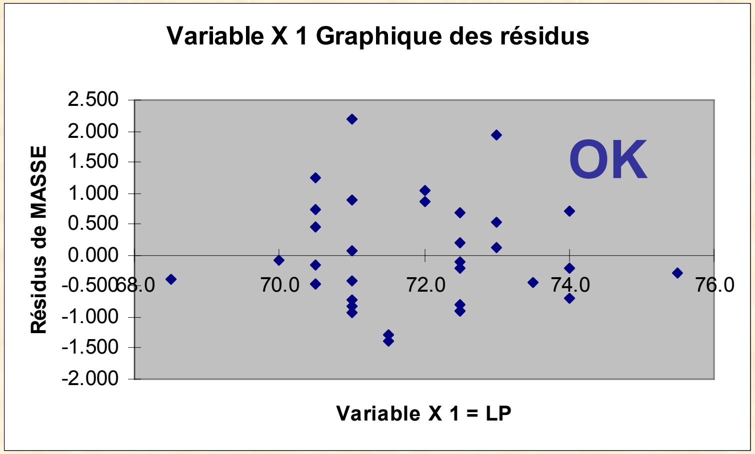
Test de régression linéaire

Bonus 2: exploration du respect des conditions d'application de l'analyse avec les résidus

Condition d'application:

Homoscédasticité & Normalité

-> distribution homogène de part et d'autre de 0 des résidus tout au long de l'axe X



Dans ce cas d'hétéroscédasticité

-> transformation Log: Y'=LN(Y)